TRAVAIL D'ÉTÉ OBLIGATOIRE EN MATHÉMATIQUES

Classe de Seconde - Passage en 1reES **Année scolaire : 2016-2017**

Exercice 1

Les quatre parties sont indépendantes

I) Résoudre dans **R:** 1) $\sqrt{(4-3x)^2} = |x+1|$ **;** 2) $|3x-1| < 3-\pi$ **;** 3) $2(3-2x)^2(x+1) \leq 0$.

4) $|5x-4| = 2$; 5) $\dfrac{1}{|x+1|} \geq -2$; 6) $|3x+2| < 2|x-1|$

II) Déterminer le domaine de définition de :

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{|3x-2|-3}$ b) $g(x) = \dfrac{\sqrt{9-2x}}{3(x-4)} - \sqrt{x-1}$

III) On donne la fonction *f* définie sur **R** par: $f(x) = 3|2x+3| - 4x - 3$.

Ecrire $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue puis résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) < 3$.

IV) On donne les fonctions f et g définie par: $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 15$ et $g(x) = 4x^2 + x - 15$.

Etudier la position relative de la courbe (C_f) représentative de la fonction f et de la courbe (C_g) représentative de la fonction g.

Exercice 2

(Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles).

Une étude statistique portant sur les fumeurs dans un échantillon de 2 000 personnes de la population française a abouti aux résultats suivants:

- 740 femmes ne fument pas;
- 400 hommes fument;
- 700 personnes sont des fumeurs.

1) Reproduire et compléter le tableau à double entrée ci-dessous:

	Femme $\overline{H}$	Homme H	Total
Fumeur F			
Non fumeur $\overline{F}$			
Total			**2 000**

2) On interroge une personne au hasard.

a) Calculer la probabilité qu'elle soit un homme non fumeur.

b) Calculer la probabilité qu'elle soit une femme ou qu'elle ne fume pas.

3) On interroge un fumeur au hasard, calculer la probabilité qu'il soit un homme.

4) On choisit au hasard deux personne parmi les 2000 fumeurs.
Quelle est la probabilité qu'ils soient des hommes ?

Exercice 3

Une urne contient n+5 boules numérotées.
3 Rouges : R_1, R_2, R_3.
2 Noires : N_1, N_2.
n vertes : V_1, V_2,….., V_n.
On suppose que n est un naturel pair. On extrait au hasard, successivement, sans remise deux boules.
Exprimer la probabilité des événements suivants :

a) A : « une et une seule est rouge »
b) B : « au moins une est verte »
c) C : « les deux boules portent chacune un numéro pair »

Exercice 4

On donne D un polynôme défini par: $D(x)=(m+2)x^2-(5m-1)x-m$, où m est un réel..

1) Déterminer m pour que $-\dfrac{1}{5}$ soit une racine de D.

Pour le reste de l'exercice, on suppose $m=3$.

2) Montrer que $D(x)$ s'écrit sous la forme $D(x)=(x-3)(ax+b)$ où ***a*** et ***b*** sont des entiers naturels à calculer en utilisant la méthode d'identification.

3) On donne $Q(x)=\dfrac{5x^3-14x^2-3x}{(5x+1)^2}$ et $g(x)=\dfrac{x(x-3)}{|5x+1|}$.

a) Pour quelles valeurs de x, $Q(x)$ est-elle définie?

b) Montrer que $Q(x)=\dfrac{x(x-3)}{5x+1}$ puis résoudre $Q(x)\leq 0$.

c) Ecrire $g(x)$ en fonction de $Q(x)$ sans valeur absolue.

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5;5]$ par $f(x)=x^3-16x$.

1) **<u>Algébriquement,</u>** déterminer les racines de f puis dresser son tableau de signes .

2) **<u>A l'aide de la calculatrice.</u>**

Tracer sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique $\left(C_f\right)$ de cette fonction pour ***x*** compris entre -5 et 5. et pour ***y*** compris entre -50 et 50.

a) Confirmer les résultats trouvés au 1)

b) Dresser le tableau de variations de f .

c) Compléter le tableau représentant les coordonnées des points de $\left(C_f\right)$ suivant :

x	-3	-2	-1	1	2	3
y						

d) Construire, soigneusement, la courbe $\left(C_f\right)$ représentative de f .

(1cm correspond à une unité sur (x'x) et 10 unités sur (y'y))

3) <u>Sans faire aucun calcul,</u>

a) Comparer $f(-2,64)$ et $f(-3,2)$ puis $f(-0,04)$ et $f(3,93)$ en justifiant.

b) Soient a et b deux réels tels que $-2<a<b<1$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.

4) Soit la fonction g définie par $g(x)=x^2-16$.

Tracer sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique $\left(C_g\right)$ de cette fonction

puis résoudre graphiquement $f(x)\geq g(x)$.

<u>Exercice 6</u>

On donne la fonction polynôme du second degré g définie sur $[-5;7]$ par:

$g(x)=-\dfrac{1}{3}(x+a)^2+3$ avec $a\in R$ et (P) sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les valeurs de a pour que (P) coupe l'axe $(y'y)$ au point A d'ordonnée $\dfrac{8}{3}$.

Dans la suite de l'exercice on suppose $a=-1$.

1) a) Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole (P).

b) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.

c) Encadrer, par le calcul, $g(x)$ dans chacun des cas suivants:

i) $3<x<5$ ii) $-3\leq x\leq 3$

3) Ecrire la forme factorisée de g puis déduire les coordonnées des points M et N intersections de (P) avec l'axe $(x'x)$. (On prend $x_M < x_N$).

4) Tracer **soigneusement** (P).

5) Soit la droite (d) d'équation: $y = 4 - x$.

a) Tracer (d) sur la même figure que la parabole (P) sur $[-5;7]$.

b) Montrer, par le calcul, que la droite (d) coupe la parabole (P) en S et N.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > 4 - x$.

<u>Exercice 7</u> (à l'aide de la calculatrice)

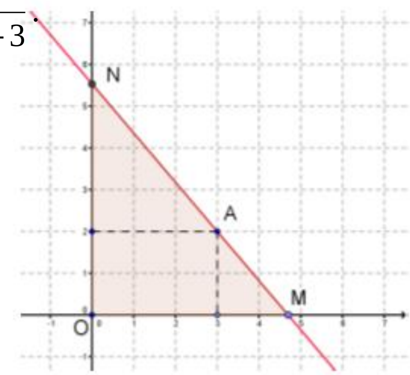
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]3;21]$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{x-3}$.

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, On donne le point $A(3;2)$.

M est un point de coordonnées $(x,0)$ avec $x > 3$.

La droite (AM) coupe l'axe des ordonnées en N.

Exprimer l'aire du triangle OMN en fonction de x, puis déduire la position exacte de M pour laquelle l'aire du triangle OMN est minimale.



<u>Exercice 8</u>

Les affirmations sont-elles vraies ou fausses? Justifier votre réponse.

1) Si $a > 5$ alors $a^2 > 20$.

2) Si A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,45$ et $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,4$ alors $P(A \cap B) = 0,25$.

<u>Exercice 9</u>

Un sac contient des billes indiscernables au toucher.
Il y a 10 billes roses, 7 billes vertes et *n* billes jaunes.

1)On tire au hasard une bille du sac.
La probabilité de l'évènement A : « tirer une bille qui n'est pas verte » est 0,72
Calculer le nombre *n* de billes jaunes dans le sac.

2) Dans cette question, $n = 8$.
On tire au hasard une deuxième bille du sac **sans avoir remis** la première bille tirée.
On note : R_1 l'évènement « la 1^re^ bille tirée est rose »,
J_2 l'évènement « la 2^e^ bille tirée est jaune ».

a) Montrer que $p(R_1) = 0,4$ et $p(J_2) = 0,32$.

b) Décrire l'événement $R_1 \cup J_2$ par une phrase puis calculer $p(R_1 \cup J_2)$.

Exercice 10

Dans cet exercice, on donnera des valeurs arrondies des résultats au millième le plus poche.

En Juin 2015, l'institut de veille sanitaire d'une île, en s'appuyant sur les données remontées par les médecins, publie que 25% de la population est atteinte par un virus. $(p = 0,25)$

Comme certaines personnes ne consultent pas forcément leur médecin, on pense que la proportion est en réalité plus importante.

Pour s'en assurer, on se propose d'étudier un échantillon de 900 personnes choisies au hasard dans cette île dans lequel on dénombre 177 personnes atteintes par le virus.

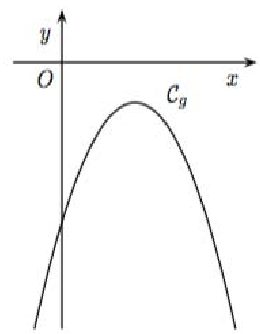
1) Déterminer la fréquence observée des personnes atteintes par le virus.

2) a) Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% lié à la proportion p des personnes atteintes par le virus.

b) Quelle conclusion peut-on tirer de cette observation à propos du chiffre de 25% publié par l'institut de veille sanitaire? Justifier.

Exercice 11

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes



Partie A

Dans le repère ci-contre est représentée une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b et c sont des nombres réels et a est non nul).
Donner, en justifiant, le signe de a, b et c.

Partie B

f est une fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$, admettant un maximum au point $S(-4; 2)$ et passant par le point $B(-1; 0)$. Donner, en justifiant, l'expression de f.

Exercice 12

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -x^2 - 4x - 2$

1) Dresser le tableau de variations de h et déterminer l'équation de l'axe de symétrie de sa parabole représentative.

2) Calculer f (-2) puis en déduire les antécédents de 18 par h.

3) Sans effecteur de calcul, comparer $h(-\sqrt{2})$ et $h(-\sqrt{3})$.

4) Déterminer la forme canonique de f.

5) Encadrer $f(x)$ si $-4 < x < 3$.

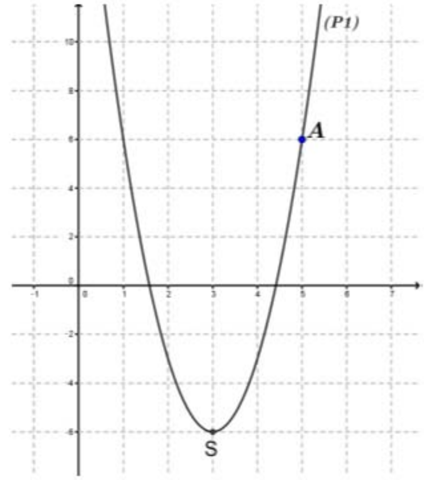
Exercice 13

Partie A

La parabole (P_1) tracée ci-contre représente une fonction g définie par:

$g(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

Déterminer α, β puis montrer que $a = 3$.



Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par: $f(x) = -x^2 + 6x + 1$et (P_2)sa parabole représentative.

1) Déterminer les coordonnés du sommet R de (P_2).

2) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation sur l'intervalle $[-1;7]$.

3) a) Montrer que f s'écrit sous la forme: $f(x) = -(x-3)^2 + 10$.

b) Encadrer $f(x)$, par le calcul, si $-1 < x < 2$.

c) Déterminer l'intervalle contenant x si $1 \leq f(x) \leq 6$.

4) a) Compléter le tableau suivant:

x	0	1	2	4	5	6
$f(x)$						

b) Tracer, sur la même figure de la page annexe, la parabole (P_2) sur $[-1;7]$.

Partie C

1) Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de (P_1) et (P_2)

2) Déduire graphiquement les solutions de l'inéquation: $f(x) > g(x)$

Exercice 14

1) On donne le polynôme $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 4x + 15$.

Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$. 2)

Déduire le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{(x+7)(2x-5)}{\sqrt{-P(x)}}$.

3) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

Exercice 15

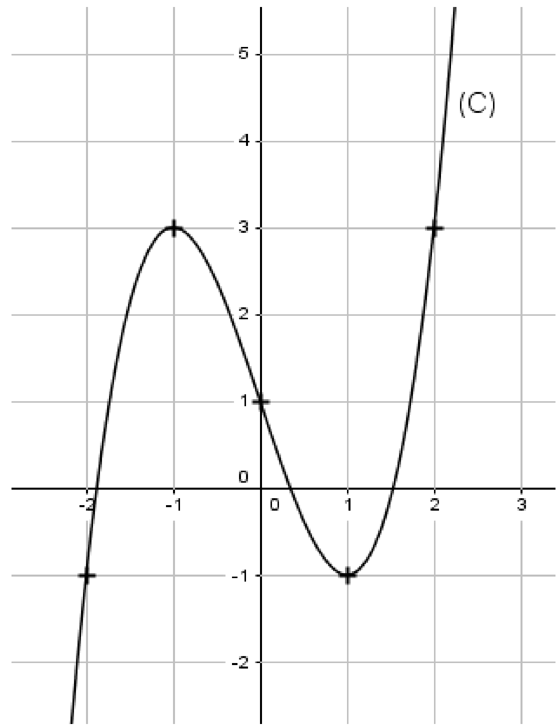
On donne une fonction polynôme du second degré f et (P) sa parabole représentative dans un repère orthonormé avec :

- $f(-2) = -12$
- A (1 ; -3) est un point de (P).
- Les antécédents de 4 par f sont -6 et 2.

1) Déterminer l'axe de symétrie (d) de (P).
2) Déterminer les coordonnées du sommet S de (P).
3) Déterminer les coordonnées du point A' symétrique de A par rapport à (d).
4) Déterminer $f(x)$.

Exercice 16

On donne ci-dessous dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C) représentative d'une fonction g définie sur **R**



Partie A

1) Déterminer graphiquement, en justifiant :
a) L'image de -1
b) Les antécédents de 3
2) Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = x + 1$
3) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 3$
4) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{g(x)+1}}$
Déterminer le domaine de définition de la fonction f

Partie B

Dans cette partie on donne $g(x) = x^3 - 3x + 1$
1) Calculer :
a) L'image de 1
b) Les antécédents de 1.
2) On donne $x^3 - 3x + 2 = (x+2)(x-1)^2$
Résoudre par le calcul l'inéquation $g(x) \leq -1$

Exercice 17

On donne la fonction g définie sur R par $g(x) = -x^2 + 2x + 3$ et (P) sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1) Dresser le tableau de variation de la fonction g et déterminer l'équation de l'axe de symétrie de (P)
2) Déterminer la forme canonique de la fonction g.
3) Encadrer $g(x)$ dans chacun des cas suivants: a) $1 \leq x \leq 3$; b) $-2 < x < 4$
4) Compléter le tableau représentant les coordonnées des points de (P) suivant :

x	-2	-1	0	2	3	4
y						

5) Tracer (P) sur l'intervalle [-2 ; 4] .
6) a- Développer $(x+1)(x-2)$.
b- Résoudre, par le calcul $g(x) \geq x + 1$ puis interpréter graphiquement le résultat.