COLLEGE NOTRE-DAME DE JAMHOUR **Décembre 2018**
MATHEMATIQUES **Classe de 3ème**

Exercices Supplémentaires

Exercice 1

A- On donne : $x=\sqrt{18}+2\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{8}$ et $y=\sqrt{32}-\sqrt{50}+\sqrt{3}$. Vérifier que $\sqrt{xy}$ est rationnel.

B- Soient x et y deux réels tels que: $x\left(3-2\sqrt{2}\right)=1$ et $y\left(3+2\sqrt{2}\right)=1$. Montrer que $x^2-y^2=6(x-y)$.

C- On considère: $x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}-\dfrac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$ et $y=\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$. Calculer $\dfrac{x}{y}$ et vérifier que c'est un entier relatif.

D- Soit $A=\dfrac{x^2+xy}{y^2\text{-}xy}$. Calculer la valeur de A pour : $x=1-\sqrt{2}$ et $y=1+\sqrt{2}$.

E- Vérifier que : $\dfrac{2\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}+\dfrac{1-3\sqrt{5}}{2}$ est un entier naturel.

F- Rendre rationnel le dénominateur de $\dfrac{1}{\sqrt{48}-\sqrt{98}-\sqrt{12}+\sqrt{8}}$ et $\dfrac{\sqrt{2}-3}{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$.

Exercice 2

On donne $E=4\sqrt{3}$ et $F=\frac{24}{\sqrt{18}-3\sqrt{8}}$.

1) Ecrire *F* sous forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier.

2) Vérifier que $\frac{1}{E-F}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 3

Résoudre, si c'est possible, chacune des équations suivantes :

1) $(3x-1)^2=64$

2) $\left(3-z\sqrt{6}\right)\left(3+z\sqrt{6}\right)=45$

3) $\left(y\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\left(y\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)=0$

4) $5x-4+(10x-7)(20-25x)+(12-15x)^2=0$

5) $\dfrac{7\left(24x+16x^2+9\right)-5x\,(3+4x)^2}{9-16x^2}=0$

Exercice 4

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :

1) $\frac{\sqrt{(\pi-5)^2}}{\pi-5}=1.$

2) $\frac{5}{4}-\frac{5}{3}\times\frac{6}{4}\div\left(2-\frac{1}{2}\right)^2$ est une fraction non décimale.

3) $\frac{8}{15}+\frac{7}{15}\times\frac{2}{3}-2,\overline{5}$ est un rationnel décimal.

4) L'équation $(x^2-9)(3-x)(x^2+3)=0$ admet trois solutions réelles.

5) La forme réduite de $\frac{\sqrt{8}+33}{7-\sqrt{2}}$ est $5+\sqrt{2}$.

6) Si $2^{15}-x=2^{14}$, alors $x=2$.

7) L'expression fractionnaire $\frac{y}{y^2+16}$ existe pour tout nombre *y*.

Exercice 5

On considère le polynôme $P(x) = (-3x-5)^2 - 4x(3x+5) + (1-2x)(3x+5)$.

1) Factoriser (x) .
2) Développer, réduire et ordonner $P(x)$.
3) Résoudre les équations suivantes :
   a) $P(x) = 0$
   b) $P(x) = 30$.
   c) $P(x) = -9x^2$
   d) $P(x) = 3x - 6$

Exercice 6

On donne $A(x) = 2(2x-3)(x-4) - (18-8x^2) - 2(3-2x)^2$.

1) Factoriser *A(x)*.

2) Soit $B(x) = 2x^2 - 10x - 28$.

a) Vérifier que $B(x) = 2(x+2)(x-7)$.

b) Résoudre l'équation $B(x) = 0$.

3) Soit $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

a) Pour quelles valeurs de *x*, *P(x)* est-elle définie ?

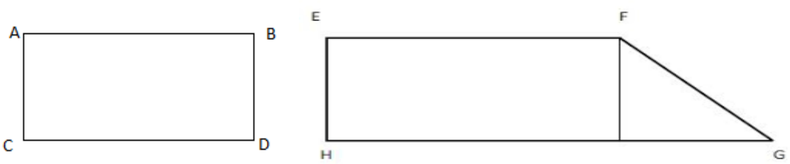
b) Réduire *P(x)* puis, résoudre $P(x) = 0$.

c) L'équation $P(x) = \frac{7}{9}$ a-t-elle une solution ? Justifier.

Exercice 7

On considère les expressions $P(x) = 16x^2 - 49$ et $Q(x) = 4x^2 + 15x + 40$.

1) Développer $(4x+7)(x+2)$.
2) Factoriser (x) .
3) Résoudre l'équation $P(x) = Q(x)$.
4) On considère un rectangle et un trapèze rectangle de dimensions indiquées ci-dessous, où x est une mesure de longueur $x > 1{,}75$.



On donne : $AD = 4x - 7$; $AB = 4x + 7$; $EH = x + 2$; $EF = 3x + 5$; $GH = 5x + 9$

a) Ecrire en fonction de x l'aire A_1 du rectangle.
b) Montrer que $A_2 = 4x^2 + 15x + 14$.
c) Calculer , si $A_1 = A_2$.

Exercice 8 *Les trois parties suivantes sont indépendantes.*

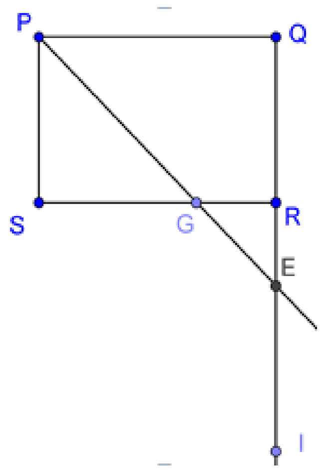
1) Ecrire $C = \frac{33\times(10^2)^{-2}\times30\times10^2}{36\times10^2\times0{,}022}$ en notation scientifique.

2) On donne $P(x) = ax^2 - 4(x+5)$. Calculer *a* pour que -2 soit racine de *P(x)*.

3) Quels sont les entiers naturels solutions de l'inéquation : $\frac{4x}{5} - \frac{5x-18}{10} > \frac{3+2x}{4} - \frac{1}{20}$?

GEOMETRIE

Exercice 1



PQRS est un rectangle tel que PQ = 6 cm et QR = 4 cm.

G est un point de [SR] tel que GR = $\frac{1}{3}$RS.

(PG) coupe (QR) en E.

1) Montrer que ER = 2 cm.
2) Soit I le point de [RE] tel que RI = 6 cm.
   a) Montrer que (GE) est parallèle à (SI).
   b) Exprimer l'aire de RSI en fonction de l'aire de GRE.
3) (PE) coupe (SQ) en L. Calculer (LQ).

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4cm et $A\hat{B}C$ =30°. On trace le cercle (C) de diamètre [AB] de centre I qui coupe [BC] en H. La tangente en H à (C) coupe [AC] en D.

1) a) Montrer que le triangle DHA est isocèle.

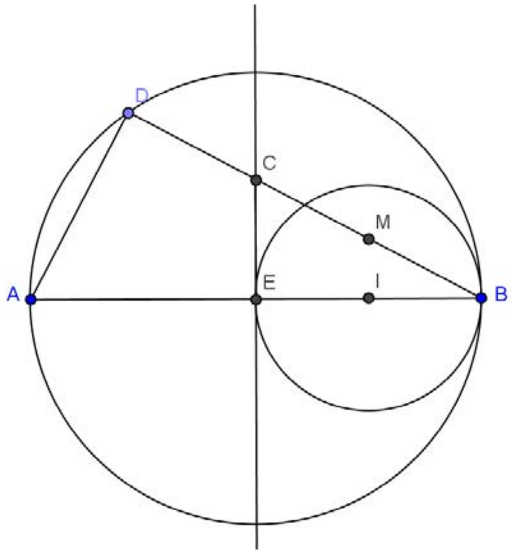
b) Montrer que AHB est un triangle rectangle et en déduire que $D\widehat{H}C = H\hat{A}B$.

2) Montrer que (DI) est parallèle à (HB).

La tangente en B au cercle (C) coupe (DH) en E.

3) Montrer que le triangle HEB est équilatéral.

Exercice 3



(C_1) est un cercle de centre E, de diamètre [AB] tel que AB = 10 cm,

D est un point de ce cercle tel que BD = 8cm.

(C_2) est le cercle de diamètre [EB].

La perpendiculaire en E à [AB] coupe [BD] en C.

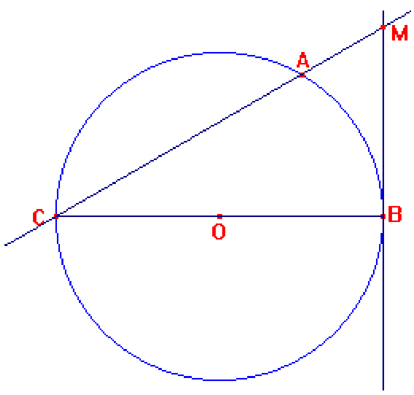
1) a. Montrer que les triangles BEC et ABD sont semblables.

b. Calculer BC et EC.

Soit M le milieu de [BC].

2) Montrer que les triangles DAE et CEM sont semblables.

Exercice 4



(C) est un cercle de centre O, de rayon R et de diamètre [BC].

A et B sont 2 points de (C) tels que $\overset{\frown}{AB}$ = 60°.

La tangente à (C) en B coupe (AC) en M.

1. Quelle est la nature de ABC?
2. Exprimer AB et AC en fonction de R.
3. Montrer que BM × AC = AB × BC
4. Soit D le projeté orthogonale de A sur (CB).
   Montrer que AB × BC = AD × CM