

Programme Noyau - MATHÉMATIQUES

Nombres et calcul :

○ Puissances et racine carrée

- Utiliser les puissances d'exposants positifs ou négatifs d'un nombre pour simplifier l'écriture d'une expression numérique.
- Associer, dans le cas des nombres décimaux, écriture décimale, écriture fractionnaire et notation scientifique.
- Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.

○ Nombres rationnels

- Comparer des fractions.
- Utiliser l'inverse d'un nombre non nul pour effectuer des calculs.
- Effectuer les quatre opérations sur les fractions et réaliser des enchaînements d'opérations.
- Résoudre des problèmes avec des nombres rationnels.

○ Calcul littéral

- Identifier la structure d'une expression littérale (somme, produit).
- Utiliser la propriété de distributivité simple ou double pour développer un produit.
- Utiliser la propriété de distributivité simple pour factoriser une expression littérale.
- Développer ou factoriser une expression littérale en utilisant les identités remarquables.
- Calculer la valeur numérique d'une expression littérale pour une valeur donnée de l'inconnue.
- Tester si un nombre est solution d'une équation.
- Résoudre algébriquement une équation du premier degré.

Grandeurs et mesures :

○ Les périmètres et les aires

- Calculer le périmètre et l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle et d'un disque.
- Calculer des périmètres et des aires de figures composées.
- Résoudre des problèmes impliquant des longueurs, des périmètres et des aires.

Proportionnalité

- Utiliser des proportions, des pourcentages.
- Calculer, appliquer des proportions, des pourcentages.
- Reconnaître, sur un graphique ou un tableau, une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.
- Calculer une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix.
- Utiliser une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité.

Géométrie

○ Parallélogrammes

- Connaître les propriétés caractéristiques des parallélogrammes particuliers.
- Montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme particulier.

○ Triangle rectangle et cercle circonscrit

- Déterminer le cercle circonscrit à un triangle rectangle.
- Savoir que le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des 3 sommets du triangle.
- Utiliser les réciproques des propriétés ci-dessus pour montrer qu'un triangle est rectangle.

○ Théorème de Pythagore

- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en utilisant le théorème de Pythagore.
- Montrer qu'un triangle est rectangle en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore.
- Reconnaître la distance d'un point à une droite.
- Reconnaître la tangente à un cercle en un point de ce cercle.
- Exprimer l'aire d'un triangle de deux façons différentes pour calculer la longueur de l'une de ses hauteurs.

○ Théorème des milieux.

- Connaître la propriété du segment des milieux dans un triangle pour montrer que deux droites sont parallèles ou pour calculer une longueur.
- Utiliser le théorème des milieux dans un triangle pour montrer qu'un point est milieu de l'un des côtés du triangle.
- Montrer qu'un point est centre de gravité du triangle par son appartenance à une médiane et le calcul d'un rapport.
- Utiliser la position du centre de gravité sur une médiane pour effectuer des calculs de longueurs.

Travail facultatif

Exercice 1

Compléter :

1 Si $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$ alors $5b = \dots$

2 x et y étant deux réels non nuls si $\frac{4}{x} = \frac{y}{9}$ alors $\frac{x}{9} = \dots$

3 a et b étant non nuls Si $6a = 9b$ alors $\frac{b}{a} = \dots$

Exercice 2

Pour chacune des questions ci-dessous, une ou plusieurs réponses peuvent être correctes. Recopier le numéro de la question ainsi que toute lettre correspondant à une réponse correcte en justifiant le choix.

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. $A = \frac{3}{4} - \frac{9}{10}$ L'opposé de A est égal à :	$\frac{3}{4} + \frac{9}{10}$	$1 + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \times 6$	Aucune réponse
2. $B = \frac{3}{4}$ Le double de B est :	Le triple de $\frac{1}{2}$	$\frac{6}{8}$	$2 - \frac{1}{2}$	Aucune réponse
3. $C = \left(\frac{14}{22}\right)^2 \times \frac{(-99)^3}{49 \times (-3)^8}$ Le nombre C est :	l'inverse de $\frac{9}{11}$	l'opposé de $\frac{9}{11}$	l'inverse de $\frac{9}{-11}$	Aucune réponse
4. $z = -\frac{8}{3}$ et $t = -\frac{3}{4}$ Le nombre $4z^2(-t)$ est :	négatif	positif	$-\frac{8}{3} \times \frac{8}{3}$	Aucune réponse

Exercice 3

Afin de financer un voyage scolaire, Lucas a reçu une aide de ses grands-parents. En janvier, il dépense les trois quarts de cette somme. En février, il dépense les deux cinquièmes du reste.

1. Quelle proportion de la somme reçue a-t-il dépensée en janvier et en février ?
2. Quelle proportion de la somme reçue lui reste-t-il après ces deux dépenses ?
3. Sachant qu'il a dépensé 150 € en février, calculer la somme totale qu'il a reçue.

Exercice 4

1. Une bibliothèque possède 75% de ses étagères déjà remplies de livres. Cela représente 135 livres. Combien de livres les étagères peuvent-elles contenir au total ?

2. Pour une collecte solidaire, Emma distribue les deux neuvièmes des stylos qu'elle a apportés. Il lui reste 98 stylos.

Combien de stylos avait-elle apportés au départ ?

3. Pour préparer une recette, un cuisinier utilise 60% des deux tiers de son stock de farine. Il lui reste 84 kg de farine.

Quelle quantité de farine possédait-il au départ ?

Exercice 5

$A = (7 - 9)^3 + \frac{1}{5^{-1}} + 2 \times 3^2$	$B = \frac{64^2 \times 27^2}{8^{-3} \times 9^{-2} \times 2}$
$C = \frac{4,5 \times 10^4 \times 6 \times 0,1^{-3}}{3 \times 10^{-2}}$	$D = 5^{17} - 5^{16}$

1. Donner l'écriture décimale de A .
2. Écrire B sous la forme d'une seule puissance a^n où a et n sont des entiers.
3. Donner l'écriture scientifique de C .
4. Montrer que D s'écrit sous la forme $2^m \times 5^n$ avec m et n entiers relatifs à déterminer.

Exercice 6

Calculer chacune des expressions suivantes. Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$$A = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$E = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right)$$

$$B = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$$

$$F = \frac{3}{4} - \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{3}\right) - \frac{1}{8}$$

$$C = \left(3 + \frac{3}{5} - \frac{7}{12}\right) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right)$$

$$G = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{12} + \frac{1}{3}}$$

Exercice 7

Résoudre chacune des équations ci-dessous :

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $3(x - 1) - (4x - 2) = -3x + 5$ | h) $2x + 3 - (4x + 7) = 5 + 2(4x + 1)$ |
| b) $3(4x + 7) - (5 - 3x) = 6(3x - 5)$ | i) $6x + 3(x - 5) - (x + 3) = 4(x + 2)$ |
| c) $3 - (4x - 1) = x - 5 - (6x + 2)$ | j) $-5x - (2 + 2x) = -2(x - 1)$ |
| d) $4x - 5(2 + x) = -(x + 9) - 1$ | k) $0,5x - (2,4 - 3x) = 3,5x - 3,7$ |

Exercice 8

$$A = (x - 1)^2 - 2(x - 1)$$

$$B = (2x + 1)(3x - 4) + 5(2x + 1)$$

$$C = t^2 - t(2t - 3)$$

$$D = 3x(2x - 1) - (2x - 1)^2 - (2x - 1)$$

1. Développer chacune des expressions littérales ci-dessus.
2. Factoriser ces expressions.

Exercice 9

On donne : $F = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$

1. Développer et réduire F .
2. Factoriser F .
3. Calculer F pour $x = \frac{1}{2}$.

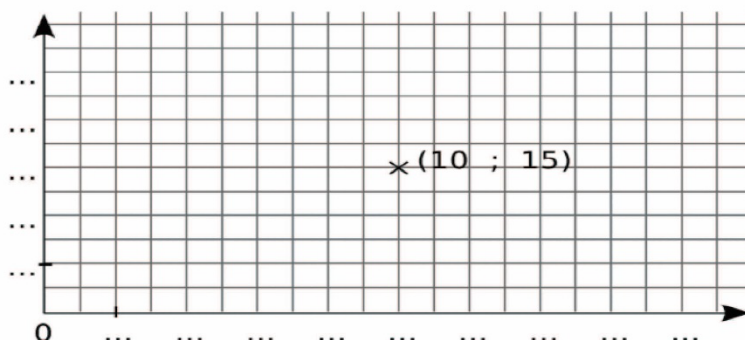
Exercice 10

Une spore de fougère est représentée par un disque de 1 cm de diamètre. Son diamètre réel est de 0,5 mm. Quelle est l'échelle du schéma ?

Exercice 11

Dans un devoir, Kevin voudrait compléter la représentation graphique de la somme à payer proportionnellement au nombre de bouteilles de soda achetées, sachant que 10 bouteilles de soda coûtent 15 €.

1. Compléter ce graphique.
2. Que sera donc le prix de 4 bouteilles de soda ?
 - a. Par lecture graphique
 - b. Par calcul.

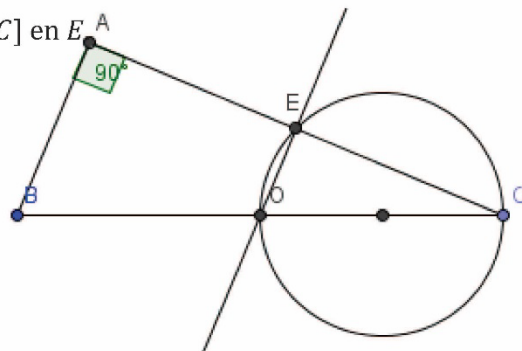


Exercice 12

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = 13$ cm et $AB = 5$ cm.

O est le milieu de [BC], Le cercle de diamètre [OC] coupe [AC] en E.

1. Montrer que les droites (AB) et (OE) sont parallèles.
2. Quelle est la nature du triangle AOC ?
3. Dédurre que E est le milieu de [AC].
4. Quelle est la mesure du rayon du cercle de centre C tangent à (AB) ?
5. Calculer l'aire du triangle ABC.
6. Dédurre la distance de A à la droite (BC).



Exercice 13

(C) est un cercle de centre O, de diamètre [AB] avec $AB = 15$ cm.

M est un point de (C) et E est le symétrique de A par rapport à M.

1. Quelle est la nature du triangle ABE ?

La parallèle à (AB) passant par M coupe (BE) en S.

2. Montrer que $OS = ME$.

On désigne par P le symétrique de A par rapport à B.

3. Montrer que AEP est un triangle rectangle.

On désigne par G le point de [EB] tel que $BG = 5$ cm.

4. a. Que représente G pour le triangle AEP ?
b. Montrer que P, G et M sont alignés.

On désigne par L le projeté orthogonal de M sur (AB). On suppose que $AM = 12$ cm.

5. Calculer la distance de M à (AB).

